

РЕЛЯТИВИСТСКИЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИЙ ЭФФЕКТ В КЛАССИЧЕСКОЙ ПЛАЗМЕ ТОКАМАКА — ТЕОРИЯ И ЭКСПЕРИМЕНТЫ

А. Н. Романников^{a}, П. П. Хвостенко^b*

^a АО «ГНЦ РФ Троицкий институт инновационных и термоядерных исследований»
108440, Троицк, Москва, Россия

^b НИЦ «Курчатовский институт»
123182, Москва, Россия

Поступила в редакцию 30 мая 2025 г.,
после переработки 25 августа 2025 г.
Принята к публикации 26 августа 2025 г.

Рассматривается описанный в работах [1, 2] релятивистский эффект, который приводит к полоидальной неоднородности радиального электрического поля в плазме токамака. Этот механизм связан с существенной токовой скоростью электронов в плазме для многих экспериментальных режимов работы токамаков. Представленный механизм приводит к появлению неоднородного радиального электрического поля как внутри, так и вне плазмы с током. Магнитные поверхности плазмы являются эквипотенциальными поверхностями с точки зрения электрического поля. Показано, что их существование не приводит к экранировке возникающей релятивистской полоидальной неоднородности радиального электрического поля, и это не противоречит теореме Гаусса. Предложенный механизм хорошо коррелирует с экспериментальными измерениями радиальных профилей скоростей тороидального вращения ионов углерода C^{+6} в токамаках Tore-Supra, ASDEX и TCV [3, 4]. Электрические поля разных знаков на внутреннем и внешнем обходах тора, которые появляются снаружи камеры токамака, можно в принципе использовать для умеренного прямого преобразования энергии плазмы токамака в электрическую энергию.

DOI: 10.7868/S3034641X25110117

1. ВВЕДЕНИЕ

Традиционно, релятивистскими эффектами пренебрегают при описании плазмы, по крайней мере, в малых и средних токамаках при характерных плотностях (несколько единиц на 10^{13} см⁻³) и температурах (менее 1 кэВ).

Тем не менее релятивистские поправки иногда учитываются в теории и эксперименте. Например,

- при расчете функции распределения «хвостов» электронов (правда, серьезный релятивизм возникает при энергиях электронов, больших 200 кэВ);
- в случае исследования «убегающих» электронов и связанного с ними синхротронного излучения;

- в кодах при расчетах электронно-циклотронного нагрева плазмы и т. д.

Радиальное электрическое поле $E_r(r)$ в цилиндрической плазме токамака изучается и рассчитывается в рамках радиального баланса сил на магнитных поверхностях. Это позволяет получить соотношение, связывающее скорость тороидального и полоидального вращения ионов плазмы, радиальное электрическое поле и диамагнитный эффект, описываемый так называемым диамагнитным членом:

$$E_r(r) \approx \frac{V_\varphi(r)B_\psi(r)}{c} + \frac{1}{Z|e|n_i(r)} \frac{dp_i(r)}{dr} - \frac{V_\psi(r)B_\varphi(r)}{c}, \quad (1)$$

где c — скорость света, $Z|e|$ — заряд рассматриваемых ионов, $n_i(r)$ и $p_i(r)$ — плотность и давление ионов плазмы, V_φ и V_ψ — скорости тороидального и полоидального вращений ионов соответственно, B_φ и B_ψ — тороидальное и полоидальное магнитные по-

* E-mail: Romannikov@triniti.ru

ля соответственно, r – радиус магнитной поверхности, φ и ψ – тороидальный и полоидальный углы соответственно. Скорость полоидального вращения в формуле (1) можно рассчитать из «неоклассической» теории [5]:

$$V_\psi(r) \approx \frac{ck}{Z|e|B_\varphi(r)} \frac{\partial T_i(r)}{\partial r},$$

где $T_i(r)$ – температура ионов плазмы, k изменяется от 1.17 для слабостолкновительного «бананового» режима до -2.2 для столкновительной плазмы. К сожалению, формулы (1) недостаточны для вычисления $V_\varphi(r)$ и $E_r(r)$ в осесимметричных конфигурациях токамака. Можно было бы использовать уравнение амбиполярности для радиальных потоков, но в рассматриваемой конфигурации возникает автоматическая амбиполярность (см., например, [6]). Это приводит к тому, что $V_\varphi(r)$ вследствие тороидальной симметрии является свободным параметром для таких плазменных конфигураций. В некоторых экспериментальных ситуациях возможно введение дополнительных соотношений. Это может быть дополнительный поток ионов в токамаке со значительной гофрировкой тороидального магнитного поля [7, 8],

$$E_r(r) \approx \frac{1}{|e|} \left(\frac{T_i}{n_i} \frac{dn_i}{dr} + 3.5 \frac{dT_i}{dr} \right), \quad (2)$$

а также соотношение для потоков быстрых ионов, возникающих под действием ионно-циклотронного нагрева или в случае использования нагревных нейтральных пучков [9–11], и т. д. Во всех представленных подходах поле $E_r(r)$ на магнитной поверхности считается практически однородным, а плазма на магнитной поверхности вращается в тороидальном направлении как твердое тело. Необходимо отметить, что в случае бесстолкновительной плазмы в токамаке может существовать теоретическая возможность вращения плазмы, отличного от вращения как твердого тела, см., например, [12]. В работе не учитываются подобные неоклассические эффекты, так как рассматривается и сравнивается с экспериментом омическая плазма, далекая от бесстолкновительных режимов. К сожалению, даже для такой плазмы, измерения полоидальной зависимости $E_r(r)$ (или $V_\varphi(r)$) на одной магнитной поверхности не проводятся в токамаках.

Поле $E_r(r)$, по крайней мере для омических режимов токамака, возникает за счет перераспределения плотности электронов и ионов по малому радиусу, оставаясь при этом в рамках квазинейтрально-

сти. Максимальная величина $E_r(r)$ для омических режимов достигает примерно 50 В/см.

Для возникновения подобной величины электрического поля, разность плотностей электронов и ионов должна составлять около 10^{-5} от плотности электронов. Рассматриваемый в статье релятивистский эффект приводит к появлению условий в плазме, сравнимых с возникновением разности плотностей электронов и ионов порядка 10^{-6} от величины плотности электронов, что делает этот эффект вполне наблюдаемым на уровне величин $E_r(r)$ для омических режимов токамака.

Методом, традиционно используемым в токамаках для измерения скоростей вращения плазмы и дальнейшем расчете $E_r(r)$, является спектроскопия перезаряженных ионов на диагностическом пучке (charge-exchange recombination spectroscopy, CXRS). Все измерения проводятся чаще всего со стороны слабого поля от периферии до центра плазмы в экваториальной плоскости, что не позволяет измерить полоидальную зависимость, например $V_\varphi(r)$, хотя бы в нескольких точках на одной магнитной поверхности.

Следуя работам [1, 2], кратко представим модель возникновения релятивистской полоидальной неоднородности поля $E_r(r)$, которая не противоречит теореме Гаусса. Покажем, что величина этой неоднородности вполне измерима. При этом не происходит традиционного разделения зарядов в плазме для появления электрического поля. Модель основана на релятивистском выражении электрического кулоновского поля E_C в лабораторной системе координат для случая быстро движущегося электрона с токовой скоростью V_I :

$$E_C = \frac{e}{x^2} \frac{(1 - V_I^2/c^2)}{(1 - V_I^2/c^2 \sin^2 \theta)^{3/2}}, \quad (3)$$

где x – расстояние между электроном и точкой, где рассчитывается электрическое поле, которое направлено вдоль линии, соединяющей заряд и точку наблюдения, θ – угол между направлением скорости электрона и направлением на точку, в которой вычисляется электрическое поле. Электроны, движущиеся с токовой скоростью, создают в некой точке наблюдения электрическое поле, отличное от кулоновского поля почти неподвижных ионов. В конечном итоге вокруг плазмы токамака с током появляется неоднородное радиальное электрическое поле, рассматриваемое в данной статье.

В работе объясняется, почему эквипотенциальные поверхности плазмы, связанные с магнитны-

ми поверхностями, не экранируют возникающую релятивистскую полоидальную неоднородность радиального электрического поля.

Необходимо отметить, что средняя токовая скорость электронов плазмы V_I в характерных омических разрядах практически для всех малых и средних токамаков составляет около 300 км/с. Действительно, на установке Т-11М со следующими характерными параметрами: отношением большого радиуса R_0 к малому радиусу r_0 плазмы $R_0[\text{см}]/r_0[\text{см}] \simeq 70/20$, характерным током плазмы $I_p \simeq 50\text{--}60$ кА и средней плотностью плазмы $\langle n_e \rangle \sim 10^{13}$ см $^{-3}$, средняя токовая скорость составляет $V_I \simeq 300$ км/с. На установке Т-10 ($I_p \simeq 350$ кА, $R_0[\text{см}]/r_0[\text{см}] \simeq 150/30$, $\langle n_e \rangle \simeq 2 \cdot 10^{13}$ см $^{-3}$) величина $V_I \simeq 350$ км/с. Для токамака Т-15МД ($I_p \simeq 3$ МА, $R_0[\text{см}]/r_0[\text{см}] \simeq 148/67$, $\langle n_e \rangle \simeq 5 \cdot 10^{13}$ см $^{-3}$) — $V_I \simeq 320$ км/с. При этом скорость тороидального вращения ионов мала по сравнению с V_I . Релятивистский характерный параметр для электронов V_I^2/c^2 составляет величину порядка 10^{-6} , что соизмеримо с отмеченным ранее эффектом, приводящим к классическому формированию $E(r)$ для омических режимов за счет перераспределения зарядов.

Предложенный механизм хорошо коррелирует с экспериментальными измерениями радиальных профилей скоростей тороидального вращения ионов углерода C^{+6} в токамаках Tore-Supra (Франция), ASDEX (Германия) и TCV (Швейцария) [3, 4].

Электрические поля разных знаков на внутреннем и внешнем обходах тора, которые появляются снаружи камеры токамака, можно в принципе использовать для умеренного прямого преобразования энергии плазмы токамака в электрическую энергию.

2. ТЕОРИЯ

Рассмотрим тороидальную плазму токамака в рамках упрощенной модели, следуя работам [1, 2] (см. рис. 1). Считаем, что есть два кольца — электронов и ионов, которые находятся в одном и том же пространстве тороида и образуют полностью нейтральную плазму. При этом кольцо ионов неподвижно, а кольцо электронов вращается с токовой скоростью V_I .

В подобной геометрии в формуле (3) появляется член, связанный с центробежным ускорением кольца с током [13]. Но, как отмечается в [13], этот член становится заметным при $a > R_0$ (a — расстояние от плазмы до точки наблюдения, в которой рассчиты-

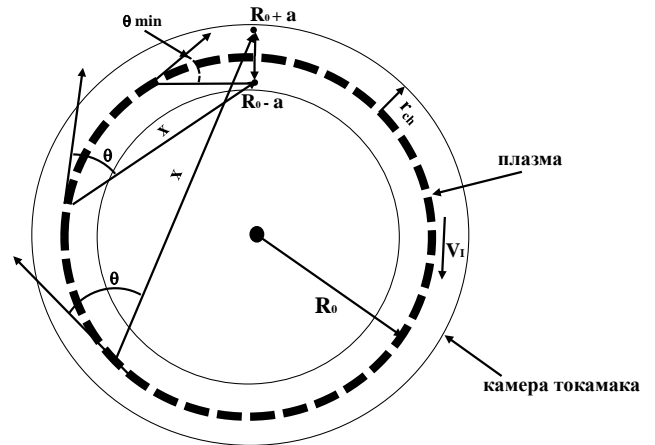


Рис. 1. Геометрическая модель для расчета $E_r(a)$ в точках $R_0 + a$ и $R_0 - a$, в которых рассчитывается электрическое поле, r_{ch} — малый радиус металлической камеры токамака, $\cos \theta_{min} = (R_0 - a)/R_0$

вается электрическое поле, на внешнем и внутреннем обходах тора, рис. 1). Поэтому в наших расчетах предполагается, что a заметно меньше чем R_0 , и центробежным членом можно пренебречь.

Для простоты считаем, что малый радиус плазмы намного меньше, чем a . Следуя работам [1, 2], можно показать, что электрическое поле $E_r(a)$ в точке $R_0 + a$ равно

$$E_r(a) = \frac{I_p^2}{|e| \bar{n} \pi r_0^2 R_0} \frac{2}{c^2} \times \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{\alpha_+^2 (1 - \frac{3}{2} \sin^2 \theta)}{\alpha_+ \sin \theta + \sqrt{1 - \alpha_+^2 \cos^2 \theta}} d\theta \equiv \frac{I_p^2}{|e| \bar{n} \pi r_0^2 R_0} \frac{2}{c^2} F(\alpha_+), \quad (4)$$

где $\alpha_+ = R_0/(R_0 + a)$, \bar{n} — средняя плотность электронов плазмы, I_p — ток плазмы.

В точке $R_0 - a$ электрическое поле равно

$$E_r(-a) = \frac{I_p^2}{|e| \bar{n} \pi r_0^2 R_0} \frac{2}{c^2} \times \left(\int_{\pi/2}^{\theta_{min}} \frac{\alpha_-^2 (1 - \frac{3}{2} \sin^2 \theta)}{-\alpha_- \sin \theta + \sqrt{1 - \alpha_-^2 \cos^2 \theta}} d\theta + \int_{\theta_{min}}^{\pi/2} \frac{\alpha_-^2 (1 - \frac{3}{2} \sin^2 \theta)}{\alpha_- \sin \theta + \sqrt{1 - \alpha_-^2 \cos^2 \theta}} d\theta \right) \equiv \frac{I_p^2}{|e| \bar{n} \pi r_0^2 R_0} \frac{2}{c^2} [F_1(\alpha_-) + F_2(\alpha_-)], \quad (5)$$

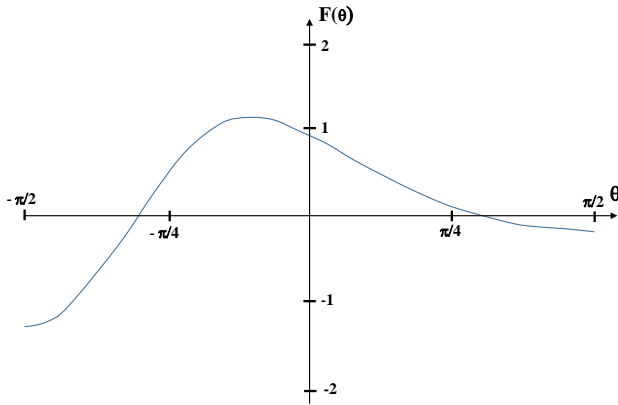


Рис. 2. Зависимость от угла θ подынтегрального выражения величины $F(\alpha_+)$ в формуле (4) для точки $R_0 + a$, где $a/R_0 = 0.3$

где $\alpha_- = R_0/(R_0 - a)$, $\cos \theta_{min} = 1/\alpha_-$.

Например, зависимость подынтегрального выражения величины $F(\alpha_+)$ от угла θ в точке $a/R_0 = 0.3$ имеет вид, представленный на рис. 2.

Области плазменного кольца вносят как положительный, так и отрицательный вклад в суммарное электрическое поле $E_r(a)$. Численное значение интеграла $F(\alpha_+)$ равно 0.64. В точке $R_0 - a$, где $a/R_0 = 0.3$, суммарное значение $F_1(\alpha_-) + F_2(\alpha_-)$ равно -0.7 .

В реальном токамаке малый радиус плазмы близок по величине к малому радиусу тороидальной камеры, $r_0 \approx r_{ch}$. Поэтому формулами (4) и (5) можно пользоваться только приближенно. Рассчитаем величины радиального электрического поля для токамака Т-11М на внешнем и внутреннем обходах камеры на краю плазмы. Считаем, что малый радиус плазмы $r_0 \approx a$. В данном случае отношение $a/R_0 \approx 0.3$. Тогда в системе СГС получаем

$$E_r(a) \approx \frac{I_p^2}{|e| \bar{n} \pi r_0^2 R_0 c^2} \cdot 0.64 \approx 35 \cdot 0.64 \text{ В/см.} \quad (6)$$

Таким образом, на внешнем обходе тора $E_r(a) \approx +22.5 \text{ В/см}$. Подобный расчет для внутреннего обхода тора дает $E_r(-a) \approx -24.5 \text{ В/см}$.

Может показаться, что есть проблема с теоремой Гаусса

$$\oint_S (\mathbf{E} d\mathbf{S}) = 4\pi \sum_i q_i,$$

где \mathbf{E} — вектор электрического поля на элементе замкнутой поверхности $d\mathbf{S}$, q_i — заряды внутри поверхности. Казалось бы, что в случае суммарного электрического заряда, равного нулю внутри замкнутой электрически проводящей поверхности,

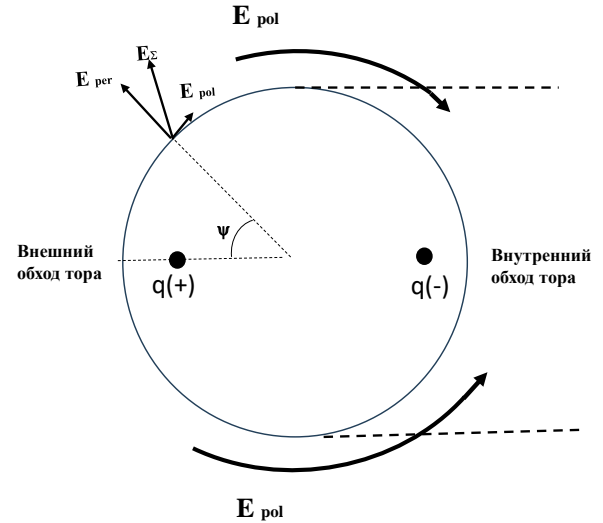


Рис. 3. Сечение хорошо проводящей тороидальной замкнутой камеры для расчета полоидальной проекции электрического поля \mathbf{E}_{pol} от суммарного поля \mathbf{E}_Σ для двух заряженных колец разного знака, $q(+)$ и $q(-)$. Абсолютные величины зарядов равны друг другу (\mathbf{E}_{per} — перпендикулярная проекция \mathbf{E}_Σ)

электрическое поле сразу за поверхностью должно быть равно нулю. Откуда может возникнуть в данном случае радиальное электрическое поле вне замкнутой поверхности? Релятивистская формула (3) для закона Кулона не влияет на теорему Гаусса. В точках на замкнутой поверхности электрическое поле может быть любым. Существенно, что $\oint_S (\mathbf{E} d\mathbf{S}) = 0$, и это выполняется для всякой выбранной замкнутой поверхности в рассматриваемой задаче. Положительный поток на внешнем обходе тора компенсируется отрицательным потоком на внутреннем обходе. С учетом тороидальной геометрии не удивительно, что абсолютные величины полей на внешнем и на внутреннем обходах тора близки друг другу.

Ожидаемая максимальная величина радиального электрического поля в плазме токамака Т-11М (см., например, выражение (2)), сравнима по абсолютной величине с релятивистской добавкой на краю плазмы со стороны слабого тороидального магнитного поля.

Хорошо известно, что магнитные поверхности в плазме токамака являются электрически проводящими эквипотенциальными поверхностями. Поскольку предполагается, что плотность электронов равна плотности ионов, возникает вопрос: каким образом неоднородное радиальное электрическое поле сможет выйти за магнитную поверхность?

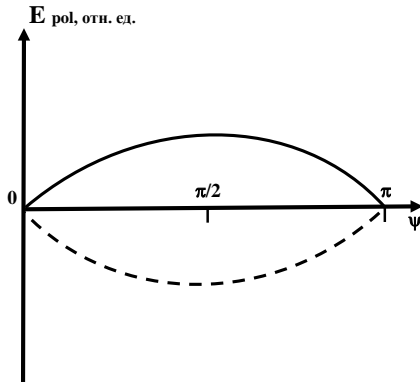


Рис. 4. Качественные зависимости $E_{pol}(\psi)$ для реальных заряженных колец (сплошная линия) и для нейтральной плазмы с током (штриховая линия). Абсолютные величины зависят от каждого конкретного случая зарядов колец и параметров плазмы с током

Рассмотрим вначале хорошо известную модель фарадеевского экранирования электрического поля неоднородно распределенных зарядов внутри электрически проводящей эквипотенциальной поверхности (см. рис. 3).

Суммарное электрическое поле \mathbf{E}_Σ от двух заряженных колец разного знака, $q(+)$ и $q(-)$, на хорошо электрически проводящей поверхности имеет полоидальную проекцию. Это положительное полоидальное поле \mathbf{E}_{pol} направлено от внешнего обхода тора к внутреннему обходу тора, как показано на рис. 3. На рис. 4 показана зависимость $E_{pol}(\psi)$. На проводящей поверхности данная проекция поля должна исчезнуть за счет перераспределения электронов на поверхности. Электроны с внутреннего обхода перетекут к внешнему обходу тора. Поверхностный отрицательный заряд будет экранировать поле положительно заряженного кольца на внешнем обходе тора, поверхностный положительный заряд будет экранировать поле отрицательно заряженного кольца на внутреннем обходе тора. В конечном итоге суммарное поле от заряженных колец и неоднородных поверхностных зарядов на проводящей камере приведет к тому, что вне камеры электрическое поле будет равно нулю. Это проявление фарадеевского экранирования электрических полей хорошо проводящими замкнутыми поверхностями для случая, когда суммарный заряд плазмы равен нулю.

В представленной модели, когда полоидальная неоднородность электрического поля возникает за счет релятивистского эффекта, направление \mathbf{E}_{pol} показано на рис. 5. Хотя точный расчет затруднителен, качественная оценка из расчетов в [1, 2] дает именно такой результат. Видно, что это направле-

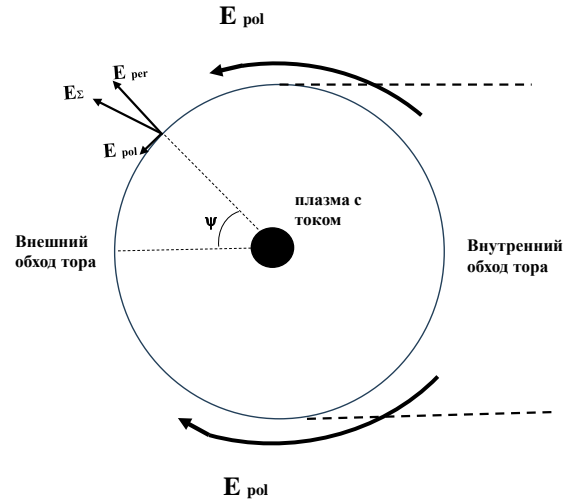


Рис. 5. Направление полоидальной проекции электрического поля \mathbf{E}_{pol} на хорошо проводящей тороидальной магнитной поверхности в рамках релятивистской модели плазмы с током. Остальные обозначения, как на рис. 3

ние \mathbf{E}_{pol} отличается от случая возникновения неоднородности электрического поля, создаваемого реальными заряженными кольцами (см. рис. 3). Примерная зависимость $E_{pol}(\psi)$ представлена на рис. 4 штриховой линией. На эквипотенциальной поверхности электроны должны перераспределиться так, чтобы компенсировать создаваемое поле \mathbf{E}_{pol} . Электроны с внешнего обхода тора перейдут на внутренний обход тора. Поверхностная плотность зарядов будет положительная на внешнем обходе тора и отрицательная на внутреннем обходе. Это приведет к тому, что вне проводящей тороидальной поверхности на внешнем обходе тора к положительному радиальному электрическому полю (в рамках рассматриваемого релятивистского эффекта) добавится положительное электрическое поле от поверхностных зарядов. На внутреннем обходе поверхностная плотность будет определяться электронами, создающими отрицательное радиальное электрическое поле, которое будет суммироваться с отрицательным релятивистским электрическим полем, создаваемым плазмой с током. Абсолютные величины радиального электрического поля на внешнем и внутреннем обходах тора увеличатся.

Таким образом, в плазме токамака создаются условия для генерации двух видов независимых радиальных электрических полей. Источником классического радиального поля являются процессы перераспределения электронов и ионов по малому радиусу токамака. Образуются эквипотенциальные поверхности на магнитных поверхностях, и между

ними возникает почти однородное в полоидальном направлении электрическое поле.

Вторым источником радиального, но неоднородного в полоидальном направлении электрического поля является высокая токовая скорость электронов в плазме. При этом плотности электронов и ионов могут быть абсолютно равными. Это поле оставляет проводящие поверхности квазинейтральными и проникает за эти поверхности. Суммарное радиальное поле, классическое и релятивистское, будет иметь заметную полоидальную неоднородность вплоть до смены знака электрического поля.

3. ЭКСПЕРИМЕНТЫ

Как отмечалось ранее, измерения полоидальной зависимости величины $E_r(r)$ (или $V_\varphi(r)$) на одной магнитной поверхности практически не проводились в токамаках. Известен один специальный случай подобных измерений для $V_\varphi(r)$ на токамаке Tore-Supra [3]. Был применен метод CXRS.

Были проведены эксперименты в трех подобных разрядах со следующими основными параметрами: $I_p \sim 1$ МА, $R_0 = 240$ см, $r_0 = 72$ см, $\bar{n} \approx 4 \cdot 10^{13}$ см⁻³. Геометрия расположения фиксированных диагностических хорд позволили провести измерения скорости тороидального вращения ионов углерода C⁺⁶ в экваториальной плоскости на магнитной поверхности радиуса 10 см со стороны слабого и сильного магнитных полей [3]. На рис. 6 представлены результаты измерений для трех разрядов.

Разность скоростей тороидального вращения на внешнем и внутреннем обходах тора должна была находиться в области «ожидаемого диапазона разности скоростей» (см. рис. 6). Это примерно -1.5 км/с для случая вращения плазмы как твердого тела. Скорость вращения плазмы для данных омиических разрядов составляла $-(20 \div 25)$ км/с (против тока плазмы) [8]. Измеренная разность скоростей оказалась близкой к 3 км/с, и знак разности был положительным. Плазма не вращалась как твердое тело. Расчеты в рамках представленной релятивистской модели показали [1, 2], что радиальная добавка к классическому радиальному электрическому полю составляет $\Delta E_r(10 \text{ см}) \simeq 2.7$ В/см на внешнем обходе тора, и $\Delta E_r(-10 \text{ см}) \simeq -2.9$ В/см на внутреннем обходе тора. Исходя из модели для радиального электрического поля в случае большой гофрировки [3,9] (см. формулу (2)) радиальное электрическое поле для $r_0 = 10$ см будет примерно равно -28 В/см. Рассчитанная неоднородность тороидаль-

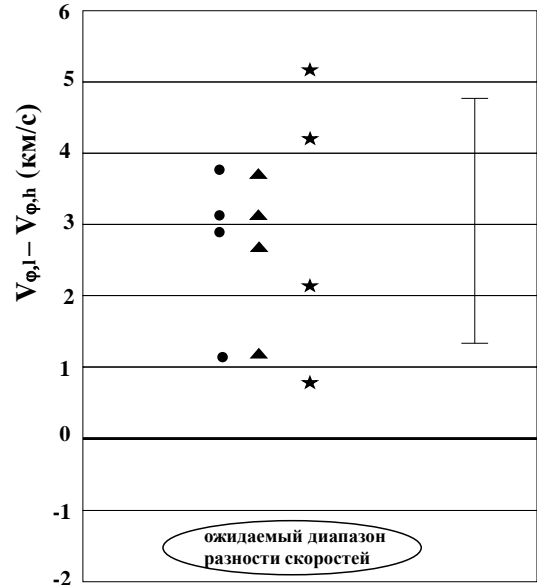


Рис. 6. Эксперимент по измерению асимметрии скорости тороидального вращения C⁺⁶ для магнитной поверхности $r \simeq 10$ см в токамаке Tore-Supra. Вертикальная ось — экспериментальная разность тороидальных скоростей C⁺⁶ между точками на внешнем и внутреннем обходах тора. Точность измерения разности скоростей составляла примерно 3.5 км/с. Представлены измерения в трех разрядах: разряд № 31149 — кружки, разряд № 31509 — треугольники, разряд № 31510 — звездочки

ного вращения плазмы, равная примерно 5 км/с, имеет положительный знак. С учетом скорости вращения плазмы на магнитной поверхности как твердого тела (что давало бы неоднородность, связанную с полоидальным магнитным полем, примерно равную -1.5 км/с) разность скорости тороидального вращения на заданной магнитной поверхности со стороны внешнего обхода тора и скорости со стороны внутреннего обхода хорошо коррелирует с экспериментом и равна 3.5 км/с.

Необычные измерения профилей скорости тороидального вращения плазмы были проведены на установках TCV и ASDEX [4]. В этих экспериментах изучались процессы при спонтанном изменении направления скорости тороидального вращения плазмы. Токи плазмы и тороидальное электрическое поле при этом не менялись. Несколько изменялась плотность плазмы (на 20% в ASDEX и 10% в TCV).

С использованием метода CXRS были проведены подробные измерения профиля скорости тороидального вращения плазмы. К сожалению, эти измерения можно было проводить только со стороны внешнего обхода тора в экваториальной плоскости. Полученные профили приблизительно суммированы для

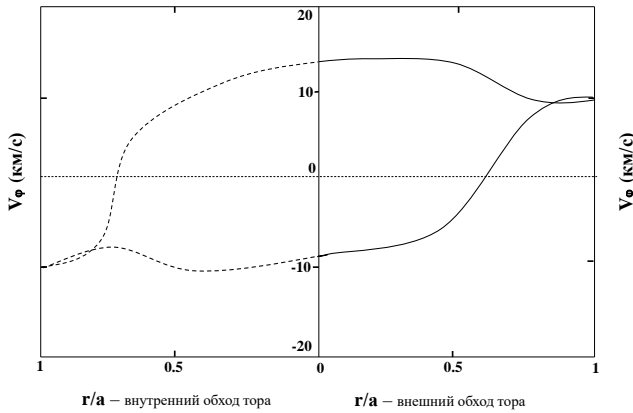


Рис. 7. Профили скорости тороидального вращения плазмы со стороны внешнего обхода тора, измеренные методом CXRS на установках TCV и ASDEX [4] при спонтанном изменении направления скорости тороидального вращения плазмы (сплошные линии), а также ожидаемые профили скорости тороидального вращения со стороны внутреннего обхода тора в рамках релятивистского эффекта, рассматриваемого в работе (штриховые линии)

двух токамаков и приведены на рис. 7, сплошная линия. Самое необычное здесь это то, что на краю плазмы вне зависимости от направления скорости центрального тороидального вращения плазмы появляется положительная добавка примерно 10 км/с. В рамках стандартного подхода (соотношения (1) и (2)), подобное поведение не имеет объяснения. Действительно, скорость тороидального вращения может возникать за счет диамагнитного члена и члена с радиальным электрическим полем. Радиальное электрическое поле связывают обычно с градиентами температуры и плотности (см., например, формулу (2)). На краю плазмы ее температура и плотность малы, и в этой области ожидать скоростей вращения, сравнимых со скоростями в центральных областях, не приходится.

В рамках рассматриваемого релятивистского эффекта подобное поведение профили скорости тороидального вращения находит естественное объяснение. Положительная добавка к радиальному электрическому полю на внешнем обходе тора (формула (4)) не зависит от знака классического радиального электрического поля. Величина этой добавки большая (см. расчеты выше для токамака T-11M, соотношение (6)). Максимальная величина радиального электрического поля в плазме сравнима по абсолютной величине с релятивистской добавкой, рассчитанной по формуле (4), на краю плазмы со стороны слабого тороидального магнитного поля. Как было показано выше, эта добавка не экранируется

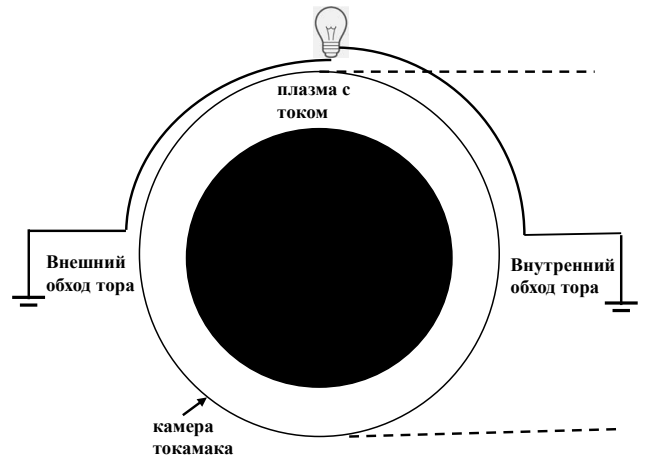


Рис. 8. Возможная схема для прямого преобразования энергии плазмы токамака в электрическую энергию

проводящими эквипотенциальными поверхностями. Именно эта добавка к радиальному электрическому полю может приводить к большой скорости тороидального вращения на самом краю плазмы.

Крайне интересным мог бы быть эксперимент по сравнительному измерению профиля тороидального вращения плазмы со стороны внутреннего обхода тора. В рамках представленного подхода ожидаемое поведение этих профилей показано на рис. 7 штриховыми кривыми. На краю плазмы скорость тороидального вращения будет отрицательной и по абсолютной величине примерно равной скорости на внешнем обходе тора.

Как было показано выше, проводящая эквипотенциальная поверхность не экранирует неоднородное в поперечном направлении радиальное электрическое поле. Таким образом, радиальные поля разных знаков появятся на внутреннем и внешнем обходах тора снаружи камеры токамака. Этот факт можно использовать для проверки представленного релятивистского эффекта. В принципе, эти электрические поля можно использовать для умеренного прямого преобразования энергии плазмы токамака в электрическую энергию, например, таким образом, как показано на рис. 8. Даже для небольшого токамака T-11M на внешнем обходе тора может появиться положительное радиальное электрическое поле около 23 В/см, а на внутреннем обходе, около -24 В/см. Индуктор на внутреннем обходе может помешать использованию максимальных величин для радиального электрического поля. Но контур можно создать между точками вне индуктора со стороны внутреннего обхода тора и точкой на внешнем обходе тора. Ожидаемая разность потенциалов

между точками уменьшится, но оценки показывают, что разности потенциалов хватит для зажигания лампы. Возможно, этой напрямую преобразованной энергии хватит для освещения зала токамака во время разрядов. Хотя необходимо понимать, что для получения возможных нескольких сотен ватт такой энергии потребуется потратить несколько сотен киловатт на создание плазмы в токамаке.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрен релятивистский эффект, описанный в работах [1, 2], который приводит к полоидальной неоднородности радиального электрического поля в плазме токамака. Основан он на деформации кулоновского электрического поля быстро движущегося электрона для наблюдателя в лабораторной системе координат (см. формулу (3)). На основе простой модели формирования электрических полей в тороидальной системе плазмы с током (см. рис. 1) и при учете значительной токовой скорости плазмы показано, что со стороны внешнего обхода тора появляется положительная добавка к радиальному электрическому полю плазмы, а со стороны внутреннего обхода — отрицательная добавка (см. формулы (4) и (5)). Эти добавки пропорциональны квадрату тока, протекающего по плазме. При этом добавки близки друг другу по абсолютной величине, что не удивительно в рамках выполнения теоремы Гаусса.

Показано, что электрически проводящие эквипотенциальные поверхности плазмы не экранируют возникающую релятивистскую полоидальную неоднородность радиального электрического поля. Неоднородность радиального электрического поля, рассматриваемая в данной модели, может привести к значительной неоднородности тороидального вращения плазмы на магнитных поверхностях, существенно отличающейся от величины в традиционном представлении, когда плазма вращается как твердое тело. При этом на внутреннем обходе тора плазма будет вращаться значительно быстрее, чем на внешнем обходе тора в случае центрального вращения плазмы против тока. Подобный результат наблюдался в экспериментах на токамаке Tore-Supra [3]. Расчеты, проведенные в рамках рассматриваемой модели, хорошо коррелируют с данными экспериментами.

В экспериментах на установках ASDEX и TCV [4] наблюдались необычные профили тороидального вращения плазмы. При этом на краю плазмы в экваториальной плоскости плазма вращалась со скоростью, сравнимой по абсолютной величине со ско-

ростью тороидального вращения в центральных областях плазмы (см. рис. 7). В рамках рассмотренного релятивистского эффекта показано, что положительная добавка к радиальному электрическому полю на внешнем обходе тора (см. формулу (4)) может приводить к тороидальному вращению ионов плазмы на периферии в направлении тока плазмы. Этот эффект может объяснить эксперименты, представленные на рис. 7. Электрические поля разных знаков на внутреннем и внешнем обходах тора, которые появляются снаружи камеры токамака, можно в принципе использовать для умеренного прямого преобразования энергии плазмы токамака в электрическую энергию (см. рис. 7).

ЛИТЕРАТУРА

1. A. N. Romannikov and P. P. Khvostenko, *Phys. Plasmas* **30**, 122501 (2023).
2. A. N. Romannikov and P. P. Khvostenko, *Relativistic Poloidal Non-Uniformity of the Radial Electric Field in Tokamak Plasmas*, DOI:10.48550/arXiv.2302.06215.
3. A. Romannikov and C. Fenzi-Bonizec, *A Poloidal Non-Uniformity of the Collisionless Parallel Current in a Tokamak Plasma*, in *Abstracts of 9th Easter Plasma Meeting on Stability and Confinement of Magnetized Plasma*, Turin, Italy (29.03–01.04.2005), Report No INIS-FR-3985.
4. Y. Camenen, C. Angioni, A. Bortolon et al., *Plasma Phys. Control. Fusion* **59**, 34001 (2017).
5. R. D. Hazeltine, *Phys. Fluids* **17**, 961 (1974).
6. P. H. Rutherford, *Phys. Fluids* **13**, 482 (1970).
7. J. W. Connor and R. J. Hastie, *Nucl. Fusion* **13**, 221 (1973).
8. A. N. Romannikov, C. Bourdelle, J. Bucalossi et al., *Nucl. Fusion* **40**, 319 (2000).
9. L.-G. Eriksson, G. T. Hoang, and V. Bergeaud, *Nucl. Fusion* **41**, 91 (2001).
10. J. E. Rice, P. T. Bonoli, J. A. Goetz et al., *Nucl. Fusion* **39**, 1175 (1999).
11. W. Stacey, *Phys. Plasmas* **8**, 158 (2001).
12. Е. А. Сорокина, В. И. Ильгисонис, *Физика плазмы* **38**, 307 (2012).
13. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теория поля*, Москва, Наука (1988).