ЖЭТФ, 2017, том 151, вып. 6, стр. 1160–1168

ЛОКАЛИЗОВАННЫЕ КРАЕВЫЕ МОДЫ ХОЛОДНЫХ НЕЙТРОНОВ В ПЕРИОДИЧЕСКИХ КОНДЕНСИРОВАННЫХ СРЕДАХ

В. А. Беляков*

Институт теоретической физики им. Л. Д. Ландау Российской академии наук 142432, Черноголовка, Московская обл., Россия

Поступила в редакцию 1 декабря 2016 г.

Показано, что в слое периодической среды для определенных дискретных значений энергии холодных нейтронов существуют квазистационарные локализованные решения соответствующих уравнений Шредингера. Сильно зависящее от толщины слоя время локализации этих решений, будучи конечным для конечной толщины слоя, неограниченно возрастает с увеличением толщины слоя пропорционально ее третьей степени. Задача решена в рамках двухволнового приближения динамической теории дифракции для распространения нейтронов вдоль оси периодичности (в геометрии нормального падения пучка нейтронов на слой). Найдены выражения для собственных волновых функций в периодической среде и коэффициентов прохождения и отражения от слоя, а также волновые функции в слое в зависимости от энергии падающих на слой нейтронов. Оказалось, что для определенных дискретных значений энергии нейтронов амплитуда волновой функции нейтрона в слое достигает резких максимумов. Соответствующие значения энергии падающих на слой нейтронов оказываются вне области их дифракционного отражения (ОСО) вблизи ее края и определяют энергии локализованных в слое краевых нейтронных мод (NEM), которые являются прямым аналогом оптических краевых мод в фотонных кристаллах. Получено дисперсионное уравнение NEM и найдено его аналитическое решение для толстого слоя. Грубая оценка длины локализации NEM есть $L \sim (db N)^{-1}$, где b — длина рассеяния нейтрона, d — период среды и N — плотность ядер в слое. Оценки времени локализации тепловых нейтронов в слое показывают, что достижение времени локализации нейтронов в слое, близкого ко времени жизни свободного нейтрона, представляется нереальным из-за требуемых больших толщин совершенных кристаллических слоев, а также поглощения нейтронов. Однако достижение времени локализации нейтрона, превышающего его время пролета слоя примерно в 10^4 раз, представляется вполне достижимым. Кратко обсуждаются перспективы наблюдения NEM. Предлагается использование NEM для ультравысокой монохроматизации нейтронов путем возбуждения NEM в совершенных монокристаллах.

DOI: 10.7868/S0044451017060177

1. ВВЕДЕНИЕ

Проблема пространственной локализации нейтронов важна как для дальнейшего изучения свойств нейтрона, так и для фундаментальных физических исследований [1]. Известными примерами локализации нейтрона являются: атомные ядра (масштаб локализации порядка 10^{-12} см); ультрахолодные нейтроны [1] (энергия нейтронов примерно 10^{-7} эВ, масштаб локализации порядка 10 см); локализация в поле тяжести Земли [2] (энергия нейтронов порядка 10^{-12} эВ, масштаб локализации порядка 10^{-3} см). Недавно наблюдался новый тип локализации нейтронов в конденсированной среде, а именно, нейтронная мода шепчущей галереи [3]. Другой тип локализации нейтронов в периодической конденсированной среде, так называемые нейтронные краевые моды (NEM), обсуждались в работах [4–6]. В настоящей работе локализация нейтронов в периодической конденсированной среде изучается теоретически.

Как известно [7, 8], многие аспекты взаимодействия нейтронов с конденсированными средами могут быть описаны в рамках нейтронной оптики, поэтому для нейтронов существуют аналоги обычной оптики как явления нейтронной оптики. Одно из

* E-mail: bel1937@mail.ru, bel@landau.ac.ru

таких явлений, известное в оптике фотонных кристаллов, а именно, локализованные оптические краевые моды [9], также должно иметь отношение к нейтронам [4–6]. Локализация нейтронов происходит в периодической среде для дискретных значений энергии падающих на слой нейтронов (вне области их дифракционного отражения (ОСО) вблизи ее края), определяющих энергии локализованных в слое краевых нейтронных мод (NEM). В качестве периодической среды могут выступать обычные кристаллы, магнитно-упорядоченные структуры в кристаллах (особенно длиннопериодные) и искусственно выращенные слоистые структуры. В связи со слабостью как ядерного, так и магнитного взаимодействий нейтронов с веществом оказывается, что длиннопериодные структуры выглядят предпочтительными для достижения хорошей локализации и большого времени жизни NEM. Действительно, если период среды — атомного масштаба (периодичность кристалла), то амплитуда модуляции эффективного показателя преломления в нейтронной оптике оказывается всего лишь порядка 10^{-5} и растет как квадрат периода с его ростом (и с соответствующим росту периода ростом длины волны нейтрона). Таким образом, длиннопериодные среды (длиннопериодные магнитно-упорядоченные структуры в кристаллах и искусственно выращенные слоистые структуры) выглядят более предпочтительными по сравнению с обычными кристаллами для экспериментального наблюдения локализованных нейтронных состояний в конденсированной среде.

Ниже теоретически изучается проблема распространения и локализации холодных нейтронов в слое конденсированной периодической среды в двухволновом приближении динамической теории дифракции [10] для случая совпадения направления распространения нейтронов с направлением периодичности (случай нормального падения на слой). Изучены собственные волновые функции нейтрона в периодической среде, а также его коэффициенты отражения и прохождения для слоя конечной толщины. Найдено, что для определенных дискретных значений энергии нейтронов амплитуда волновой функции нейтрона в слое достигает резких максимумов (при постоянной амплитуде падающей на слой волны). Соответствующие значения энергии падающих на слой нейтронов оказываются вне ОСО вблизи ее края и определяют энергии локализованных в слое краевых нейтронных мод, которые являются прямым аналогом оптических краевых мод в фотонных кристаллах [9].

2. СОБСТВЕННЫЕ ВОЛНОВЫЕ ФУНКЦИИ НЕЙТРОНА И ГРАНИЧНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ СРЕДЫ

Для решения граничной задачи, определяющей NEM, необходимо знать собственные волновые функции нейтрона в периодической среде. Собственные волновые функции, соответствующие распространению вдоль оси периодичности, являются решениями уравнения Шредингера (будем считать, что периодичность одномерная (1D), а ось периодичности направлена вдоль координатной оси z):

$$\left\{-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial z^2}+V(z)\right\}\Psi=E\Psi, \tag{1}$$

где $V(z)$ — периодический эффективный нейтронный потенциал [8], m и E — соответственно масса нейтрона и его энергия. Локальное значение нейтронного потенциала дается формулой $V = 4\pi(\hbar^2/2m)\,bN$ [7, 8], где b — длина рассеяния нейтрона (своя для каждого изотопа) и N — локальная плотность ядер. При определенных значениях энергии нейтронов E из-за их дифракции в периодической среде решение уравнения (1) содержит две плоские волны большой амплитуды. Далее будем считать, что энергия нейтрона близка к ее дифракционному значению, а волновая функция нейтрона Ψ может быть с достаточной точностью представлена как суперпозиция двух плоских волн вида

$$\Psi(z,t)=\exp(-i\omega t)\times \times\left[A^+\exp(i\mathbf{K}^+\cdot\mathbf{z})+A^-\exp(i\mathbf{K}^-\cdot\mathbf{z})\right], \tag{2}$$

где $\omega = E/\hbar$ — нейтронная «частота», а волновые векторы $K^\pm$ удовлетворяют условию $K^+ - K^- = \tau$, где τ — вектор обратной решетки периодической структуры ($\tau = 2\pi/d$, где d — период структуры).

Если выражение (2) подставить в (1) и положить $K^+ = \tau/2 + Q$, где $Q/\tau \ll 1$, считать для простоты $V(z) = U\cos\tau z$, то придем к следующей однородной системе двух уравнений относительно $A^\pm$:

$$\begin{aligned} &A^+(k_+^2+\delta-\epsilon)+A^-\delta=0,\\ &A^+\delta+A^-(k_-^2+\delta-\epsilon)=0. \end{aligned} \tag{3}$$

Отношение амплитуд (A^-/A^+) в двух собственных решениях системы (3) дается следующим выражением:

$$\xi^\pm=(A^-/A^+)_\pm=-\delta/(-2q-\Delta\epsilon)= =\delta/\left(\Delta\epsilon\pm\left[(\Delta\epsilon)^2-\delta^2\right]^{1/2}\right), \tag{4}$$

где

$$k_{\pm} = \frac{2K_{\pm}}{\tau}, \quad \delta = \frac{U}{2}\left[\frac{(\hbar\tau/2)^2}{2m}\right]^{-1},$$
$$\epsilon = E\left[\frac{(\hbar\tau/2)^2}{2m}\right]^{-1}, \quad Q = \frac{\tau}{2}q, \tag{5}$$
$$q = \frac{\left[\Delta\epsilon^2 - \delta^2\right]^{1/2}}{2}, \quad \Delta\epsilon = \epsilon - 1 - \delta, \quad k_{\pm} = 1 \pm q.$$

Волновые векторы $K_{\pm}^{-}$ определяются соотношениями (2) и (5).

Выше мы не упоминаем спин нейтронов, предполагая, что эффективное взаимодействие нейтронов с ядрами является спин-независимым. Это предположение оказывается неверным при рассмотрении взаимодействия нейтронов с магнитно-упорядоченными средами. В этом случае собственные волновые функции нейтронов соответствуют вполне определенному спиновому состоянию (см. [10]).

Далее будем считать, что одномерная периодическая среда представлена планарным слоем с осью периодичности перпендикулярной поверхностям слоя.

Начнем рассмотрение граничной задачи, предполагая, что плоская нейтронная волна падает на слой вдоль направления оси периодичности. Амплитуды двух собственных волн $A_{\pm}^{+}$ и $A_{\pm}^{-}$, возбуждаемых в слое падающей нейтронной волной (при амплитуде падающей волны равной единице), определяются следующими уравнениями:

$$\begin{gathered} A_{+}^{+} + A_{-}^{+} = 1, \\ \exp\left[iK_{+}^{-}L\right]\xi^{+}A_{+}^{+} + \exp\left[iK_{-}^{-}L\right]\xi^{-}A_{-}^{+} = 0, \end{gathered} \tag{6}$$

где L — толщина слоя.

Амплитудные коэффициенты отражения R_a и прохождения T_a принимают вид

$$\begin{gathered} R_a = \frac{-\delta i \sin QL}{2q\cos QL - i\Delta\epsilon \sin QL}, \\ T_a = \frac{2q\exp[i\tau L/2]}{2q\cos QL - i\Delta\epsilon\sin QL}. \end{gathered} \tag{7}$$

Коэффициенты отражения $R = |R_a|^2$ и прохождения $T = |T_a|^2$ как функции волнового вектора нейтрона (энергии) представлены на рис. 1. При $Q = n\pi/L$, где n — целое число, $R = 0$, а $T = 1$.

Величины амплитуд собственных волн $A_{\pm}^{+}$ и $A_{\pm}^{-}$, вычисленные согласно (6), являются сильно осциллирующими функциями энергии падающих нейтронов (см. рис. 1). В точках максимумов амплитуд $A_{\pm}^{\pm}$, вблизи края ОСО, их величины намного больше величины амплитуды падающей на слой нейтронной волны. Оказывается, что энергии нейтрона,

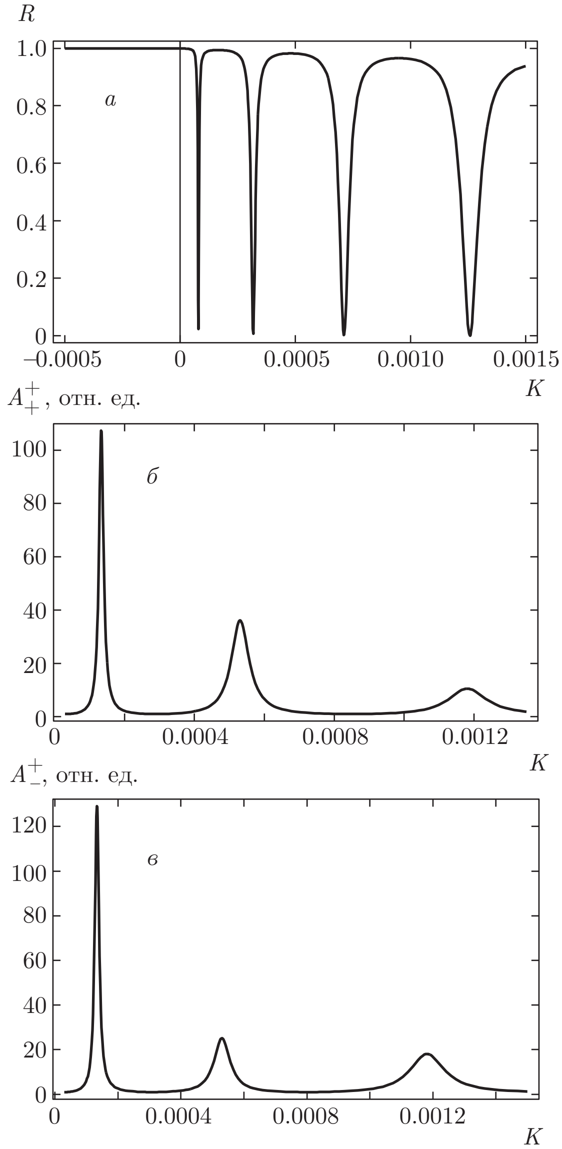


Рис. 1. Коэффициент отражения R (*а*), квадраты амплитуд собственных волн A_{+}^{+} (*б*) и A_{-}^{+} (*в*), вычисленные в зависимости от волнового вектора нейтрона для слоя в отсутствие поглощения ($\delta = 0.03$, $N = L/d = 700$). Здесь и на рис. 4, 5 по оси абсцисс отложено отклонение волнового вектора нейтрона от границы ОСО (нормированное на брегговский волновой вектор $\tau/2$ и умноженное на δ)

соответствующие максимумам $A_{\pm}^{\pm}$, как раз совпадают с энергиями нулевого значения коэффициента отражения в соответствии с выражением (7) для непоглощающей периодической среды (см. рис. 1).

Отмеченное соотношение между амплитудами возбуждаемых собственных волн и амплитудой падающей нейтронной волны при выделенных значениях энергии нейтрона показывает, что при этих значениях энергии плотность вероятности нахождения нейтрона в слое гораздо выше, чем соответствующая плотность вероятности в падающей волне вне слоя. Таким образом, можно заключить, что при этих значениях энергии падающая на слой нейтронная волна возбуждает некоторое локализованное в слое состояние нейтрона.

3. НЕЙТРОННЫЕ КРАЕВЫЕ МОДЫ

Выполненные выше вычисления коэффициента отражения R и прохождения T как функций энергии нейтрона (согласно (7)) в целом дают хорошо известные из динамической теории дифракции результаты [10,11] (рис. 1). А именно, сильное рассеяние нейтронов в пределах ОСО и осцилляции T и R вне ОСО с выполнением соотношений $0 \le R \le 1$ и $T + R = 1$ (последнее в отсутствие поглощения) для всех энергий нейтронов.

Соответствующие вычисления амплитуд возбужденных в слое собственных волн $A_{\pm}^{+}$ обнаруживают нетривиальную энергетическую зависимость A_{+}^{+} и A_{-}^{+}. Именно, вблизи границ ОСО (вне границ ОСО) их энергетические осцилляции сопровождаются существенным возрастанием самих амплитуд по сравнению с амплитудой падающей на слой нейтронной волны. Чем толще слой, тем больше это возрастание. Положения максимумов осцилляций амплитуд собственных волн совпадают как раз с положениями минимумов в осцилляциях коэффициента отражения.

Для нахождения нейтронных локализованных мод необходимо решить однородную систему уравнений, соответствующую неоднородной системе (6). Условие разрешимости этой однородной системы уравнений (дисперсионное уравнение) определяет дискретные значения энергии обсуждаемых нейтронных локализованных мод, так называемых нейтронных краевых мод:

$$\operatorname{tg}\left(\frac{q\tau L}{2}\right) = -\frac{2iq}{\Delta\epsilon}. \tag{8}$$

В общем случае решение уравнения (8), определяющего энергии NEM ($\Delta\epsilon_{EM}$), может быть найдено только численно. Энергии NEM ϵ_{EM} оказываются комплексными величинами, которые могут быть представлены в виде $\epsilon_{EM} = \epsilon_{EM}^{0}(1 + i\Delta)$, где в реальных ситуациях Δ является малым параметром. Таким образом, локализованные моды оказываются слабо затухающими во времени, т. е. они оказываются квазистационарными модами. К счастью, для некоторых предельных случаев может быть найдено аналитическое решение уравнения (8), а именно, для достаточно малой величины Δ, обеспечивающей выполнение условия $(\tau q L)\operatorname{Im} q \ll 1$. В этом случае действительная часть ϵ_{EM}, т. е. ϵ_{EM}^{0}, совпадает с энергиями, соответствующими нулям коэффициента отражения R для непоглощающего слоя и определяемыми следующими соотношениями:

$$\frac{\tau L q}{2} = n\pi, \quad \Delta = -\frac{1}{2}\,\delta(n\pi)^2\left(\frac{\delta L\tau}{4}\right)^3, \tag{9}$$

что дает для времени жизни NEM выражение

$$\tau_m \approx \frac{1}{4}\,\frac{L}{v}\left(\frac{L\delta}{dn}\right)^2,$$

где n — номер NEM, а v — скорость нейтрона.

В найденном решении однородной системы, соответствующей неоднородной системе (6), отношение амплитуд в собственном решении есть -1, а волновая функция нейтрона внутри слоя является суперпозицией двух собственных волн вида, определенного выражением (2), с отношением амплитуд $A_{-}^{+}/A_{+}^{+} = -1$. Следующая из выражения (2) точная формула для волновой функции нейтрона внутри слоя имеет вид

$$\Psi(z,t) = \exp(-i\omega_n t)\left[2i\exp\left(\frac{i\tau z}{2}\right)\sin(Q_n z) - \right.$$
$$- \exp\left(-\frac{i\tau z}{2}\right)\left(\xi_n^{+}\exp(iQ_n z) + \right.$$
$$\left.\left. + \ \xi_n^{-}\exp(-iQ_n z)\right)\right], \tag{10}$$

в которой ω_n, Q_n, $\xi_n^{\pm}$ определены энергией NEM, см. (4), (5).

Представленное соотношением (10) собственное решение граничной задачи является локализованной на толщине слоя L стоячей волной с промодулированной вдоль оси z амплитудой. Число периодов модуляции на толщине слоя L совпадает с номером NEM. Следующее из (10) распределение плотности вероятности в NEM для номеров NEM равных $n = 1, 2, 3$ представлено на рис. 2, который представляет распределение суммарной плотности вероятности в слое. Однако для каждой координаты в слое суммарная плотность представлена двумя нейтронными плоскими волнами, распространяющимися в противоположных направлениях, так что можно посчитать отдельно для каждой точки в слое интенсивности нейтронных волн, распространяющихся в противоположных направлениях. На рис. 3 представлено координатное распределение плотности вероятности для волн с направлением распространения внутрь и наружу слоя вблизи поверхности слоя. Видно, что точно на границе

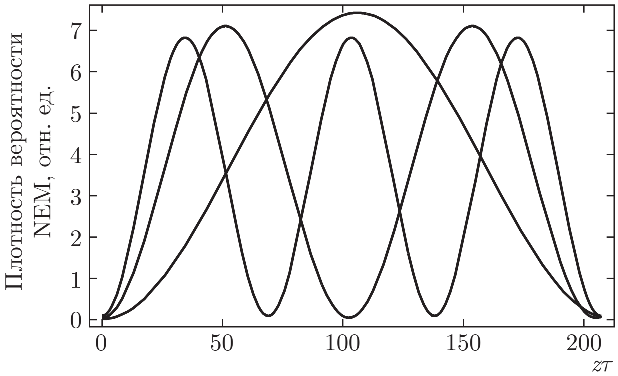


Рис. 2. Рассчитанная координатная зависимость нейтронной плотности вероятности NEM в слое для трех первых NEM ($\delta = 0.05$, $N = 33$, $n = 1, 2, 3$). Представленные кривые являются огибающими быстрых осцилляций с периодом, равным длине волны нейтрона

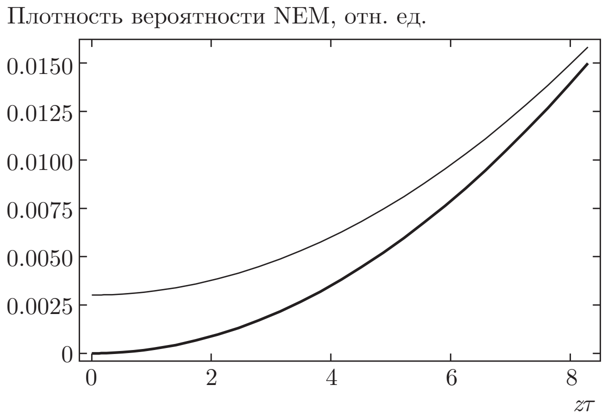


Рис. 3. Рассчитанная координатная зависимость нейтронной плотности вероятности NEM в слое вблизи поверхности слоя для плоской волны, направленной внутрь слоя (жирная кривая), и волны, направленной наружу, для первой NEM ($\delta = 0.05$, $N = 33$, $n = 1$)

слоя плотность вероятности для волны с направлением распространения внутрь слоя строго равна нулю, тогда как плотность вероятности для волны с направлением распространения наружу слоя хотя и мала, но не равна нулю. Это означает, что происходит утечка нейтрона, совпадающая с энергией NEM, через поверхность слоя. Выражение для величины амплитуды волны утечки на поверхности слоя следует из выражения (10) и при $(\delta L\tau/4) \gg 1$ принимает вид

$$|\Psi|_{out} \approx \frac{\tau n\pi\kappa^2}{\delta L} \approx \frac{nd}{L\delta}. \qquad (11)$$

Таким образом, для достаточно толстых слоев с возрастанием их толщины L время жизни τ_m NEM растет как третья степень их толщины, будучи обратно пропорционально квадрату номера NEM n (см. (9)). Заметим, что та же зависимость времени жизни NEM τ_m от n и L следует из выражения (13) следующего раздела.

Оценим время жизни первой NEM. Эффективный нейтронный потенциал в однородной среде определяется выражением $V = 4\pi(\hbar^2/2m)bN$ [3, 4] (см. (1)). Поэтому безразмерная амплитуда модуляции потенциала 2δ оценивается как

$$2\pi bN/(\tau/2)^2 = (b/2\pi)N\lambda^2 \approx 1 - n_e,$$

где n_e — коэффициент преломления нейтронов, а $\lambda = 2d$. В пренебрежении поглощением нейтронов для энергии нейтрона $E = 0.7 \cdot 10^{-5}$ эВ, $d = 0.5 \times \times 10^{-6}$ см и $b = 10^{-12}$ см согласно (9) $\tau_m \approx 1000$ с достигается при $L = 1$ см. Использованные при оценке параметры кажутся приемлемыми для экспериментальной реализации локализации нейтронов. Заметим, что при фиксированном L возможно увеличить τ_m за счет уменьшения энергии нейтронов (при соответствующем увеличении периода структуры), так как $\tau_m \approx (E)^{-3/2}$. Однако дальнейшее понижение энергии нейтронов может оказаться связанным с дополнительными экспериментальными трудностями.

4. ВОЗБУЖДЕНИЕ КРАЕВЫХ МОД

Выполненный в предыдущем разделе анализ NEM позволяет обсудить способы и эффективность возбуждения NEM. Для возбуждения в слое периодической среды NEM требуется иметь внешнюю нейтронную волну (волны) с «частотой», совпадающей с «частотой» NEM. Общее решение граничной задачи, найденное с помощью системы (6), может быть представлено как суперпозиция частного решения (6), соответствующего неоднородной системе, и решения, соответствующего однородной системе (6). Такое представление решения граничной задачи, соответствующего системе (6), может быть однозначно сконструировано.

Для этого достаточно представить $A^{+}_{\pm}$ в виде $A^{+}_{\pm} = A^{em}_{\pm} + A^{p}_{\pm}$, где $A^{em}_{\pm}$ и $A^{p}_{\pm}$ есть амплитуды собственных нейтронных мод соответственно в краевой моде и в частном решении. Таким образом, получается следующее выражение для $A^{em}_{\pm}$ при энергии нейтрона близкой к ω_{EM}:

$$A^{em}_{\pm} = \pm A^{+}_{+}\left[1 + i\,\mathrm{tg}(QL)\right]. \qquad (12)$$

Амплитуды $A^{em}_{\pm}$, вычисленные согласно (12), представлены на рис. 4. Сравнивая рис. 4 и рис. 1,

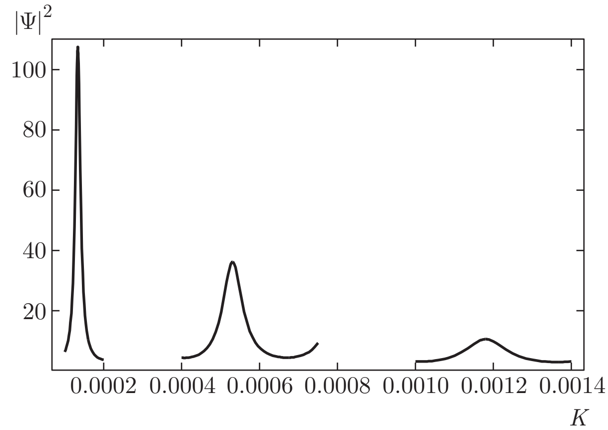


Рис. 4. Рассчитанная зависимость амплитуды квадрата модуля Ψ-функции NEM от волнового вектора (энергии нейтрона) вблизи трех значений «частот» NEM ($\delta = 0.03$, $N = 700$)

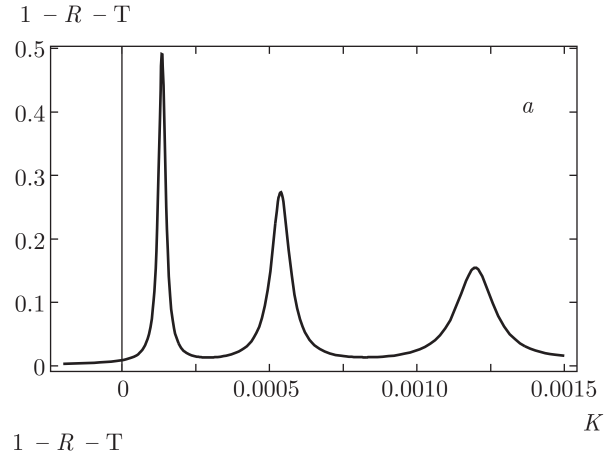
видим, что для достаточно толстых слоев амплитуды $A_{\pm}^{+}$ оказываются очень хорошим приближением для $A_{\pm}^{em}$.

Представленные выше результаты относятся к стационарному процессу возбуждения NEM, т. е. к ситуации нейтронной волны фиксированной амплитуды, падающей на слой. Можно также применить полученные формулы для нахождения вероятности возбуждения NEM одиночным нейтроном. Соответствующая вероятность дается формулой

$$W_{em} = (1 - R) \int |\Psi(\omega_{EM}, z, t)^{em}|^2 \, dz \times \\ \times \left[\int |\Psi(\omega_{EM}, z, t)^{em}|^2 \, dz + \right. \\ \left. + \int |\Psi(\omega_{EM}, z, t)^{p}|^2 \, dz \right]^{-1}, \quad (13)$$

где интегрирование ведется по толщине слоя, $\Psi(\omega_{EM}, z, t)^{em}$ — волновая функция NEM, а $\Psi(\omega_{EM}, z, t)^{p}$ — частное решение системы (6).

Таким образом, эффективность возбуждения NEM плоской нейтронной волной (отношение квадрата амплитуды NEM к квадрату амплитуды падающей на слой нейтронной волны) при соответствующих значениях параметров задачи может быть оценено по значению величины квадрата амплитуды A_{+}^{+} на рис. 1. Величины амплитуд $A_{\pm}^{em}$ вблизи значений энергии NEM более точно определяются соотношением (12) (см. также рис. 4). Как показывает выражение (13) и вычисления (рис. 4), вероятность возбуждения NEM одиночным нейтроном с энергией соответствующей $R = 0$ для $\delta L/d \gg 1$ близка к единице.



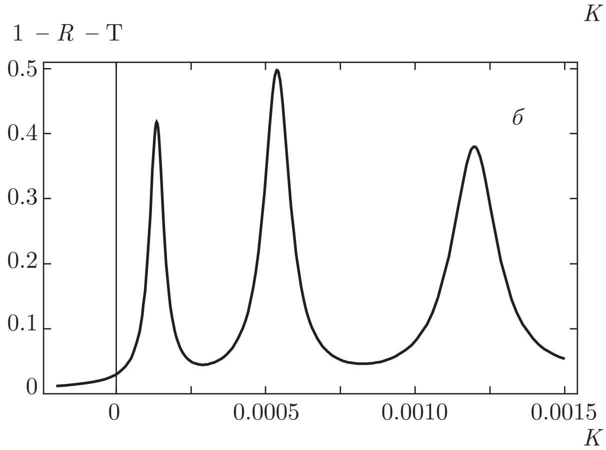


Рис. 5. Рассчитанная зависимость величины поглощения $1 - R - T$ в слое от волнового вектора нейтрона (энергии нейтрона) ($N = 700$, $\delta = 0.03$) для $\gamma = 0.0002$ (*a*) и $\gamma = 0.0007$ (*б*)

5. ПОГЛОЩАЮЩИЕ СЛОИ

Рассмотрим теперь NEM в поглощающих периодических средах. Мотивацией этого, в частности, является существование эффекта аномально сильного поглощения, известного в фотонике [11,12]. Чему соответствует этот эффект в нейтронной оптике? Рассмотрим более детально формулы предыдущего раздела, полагая для простоты, что поглощение в слое изотропно и одинаково во всем слое. Наличие поглощения проявляется в появлении мнимой добавки у волнового вектора нейтрона. Определим отношение мнимой части волнового вектора нейтрона к его действительной части как γ, т. е. $k = k_0(1 + i\gamma)$, где k_0 — действительная часть волнового вектора нейтрона. Заметим, что в реальных ситуациях $\gamma \ll 1$. На рис. 5 представлены результаты вычисления величины $1-R-T$ (определяющей долю поглощенных в слое нейтронов) как функции действительной части волнового вектора для нескольких положительных значений параметра γ. Вычисления выявляют энергетические биения доли поглощенных в слое нейтронов вблизи края ОСО с положениями максимумов поглощения, совпадающими с положениями минимумов R. Наиболее простая ситуация соответствует случаю $a \gg 1$, где $a = \delta L\tau/4$.

Для малых γ и $(\tau L)\,\mathrm{Im}\,q \ll 1$ следующие из соотношения (7) коэффициенты отражения, прохождения и поглощения для значений энергии, соответствующих энергиям минимумов отражения (9), упрощаются, принимая вид

$$R = \frac{(a^3\gamma/\delta)^2}{\left[(n\pi)^2 + a^3\gamma/\delta\right]^2}, \quad T = \frac{(n\pi)^4}{\left[(n\pi)^2 + a^3\gamma/\delta\right]^2}, \quad 1-(R+T) = \frac{2(n\pi)^2 a^3\gamma/\delta}{\left[(n\pi)^2 + a^3\gamma/\delta\right]^2}. \tag{14}$$

Из (14) следует, что для каждого n максимальное поглощение, т. е. максимум $1-R-T$, приходится на значение γ, определяемое соотношением $(n\pi)^2 = a^3\gamma/\delta$. Это означает, что максимальное поглощение реализуется при специальном соотношении между n, γ и L и если это соотношение, т. е. $(n\pi)^2 = a^3\gamma/\delta$, выполняется, то $R = 1/4$, $T = 1/4$ и $1-R-T = 1/2$.

Из-за малости γ этот результат соответствует сильному возрастанию поглощения нейтронов в слабо поглощающих слоях. Возрастание поглощения можно наблюдать прямым измерением $1-R-T$. Однако более простым для наблюдения экспериментом может оказаться наблюдение какого-то неупругого процесса, например, детектирования вторичных частиц, генерируемых нейтронами в ядерных реакциях. Эффект аномально сильного поглощения нейтронов может быть использован для детектирования NEM, однако наиболее эффективное детектирование требует выполнения специального соотношения между параметрами задачи. Действительно, как показывает соотношение (14), максимум поглощения соответствует $(n\pi)^2 = a^3\gamma/\delta$. Поскольку γ определяется свойствами вещества в слое, для максимального поглощения должно быть выполнено следующее соотношение между периодом, толщиной слоя и амплитудой модуляции эффективного потенциала

$$\frac{(\delta L\tau/4)^3}{\delta} = \frac{(n\pi)^2}{\gamma}.$$

6. ВЫСОКАЯ МОНОХРОМАТИЗАЦИЯ НЕЙТРОНОВ

Как следует из предыдущего раздела, энергетическая ширина минимума отражения для NEM энергии E_{EM} быстро уменьшается с ростом толщины слоя. Как следствие этого, существуют также острые максимумы в прохождении через слой нейтронов (с энергетической шириной, убывающей с возрастанием толщины слоя). Поэтому прошедший через слой нейтронный пучок может быть очень хорошо монохроматизирован при энергии нейтронов, совпадающей с E_{EM}. Это означает, что NEM предоставляют возможность для очень высокой монохроматизации нейтронов. Для NEM в случае больших толщин слоя $\Delta E/E = (d/L)^3/(\lambda^2 bN)^2$ может существенно превышать степень монохроматизации нейтронов, достигаемую путем дифракции на кристалле, $\Delta E/E = \lambda^2 bN$, где λ — длина волны нейтрона.

Наиболее привлекательными объектами для монохроматизации нейтронов представляются монокристаллы естественного или искусственного происхождения. Энергия нейтронов, соответствующая E_{EM} в этих кристаллах, определяется межплоскостным расстоянием d_{hkl} для рефлекса (hkl), реализующего дифракцию нейтронов (как и в предыдущих разделах здесь речь идет о дифракции назад). Поэтому для монокристаллов естественного происхождения энергия дифрагирующих нейтронов для низких индексов Миллера в d_{hkl} оказывается в области спектра тепловых энергий нейтронов.

В теоретическом описании обсуждаемого способа монохроматизации нейтронов соответствующие уравнения для NEM в естественных кристаллах в двухволновом приближении динамической теории дифракции аналогичны уравнениям (3)–(8) для одномерных периодических структур и могут быть получены из этих уравнений путем замены параметра δ структурной амплитудой рассеяния нейтрона [10] на угол π (более точно, структурной амплитудой F_{hkl}, умноженной на некоторый фактор, см. формулу (7.8) в работе [10]).

В случае естественных кристаллов δ определяется через нейтронную структурную амплитуду рассеяния F следующим соотношением: $\delta = (4\pi/k)^2 F/V$, где V — объем элементарной ячейки кристалла [8], а типичное значение δ для нейтронной дифракции в этом случае лежит в интервале величин между 10^{-5} и 10^{-6}. Для нейтронов с энергией $E = 0.7\cdot 10^{-5}$ эВ, $d = 0.5\cdot 10^{-6}$ см и $b = 10^{-12}$ см согласно (9), $\tau_m \approx 1$ с достижимо при $L = 0.1$ см, если пренебречь поглощением нейтронов. Однако поглощение нейтронов в веществе ограничивает время локализации нейтронов величиной $\tau_{max} \approx (mc^2/2E)^{1/2}/Nc\sigma$, где σ — сечение поглощения нейтронов в веществе слоя. Как упоминалось, степень монохроматизации нейт-

Таблица. Оценки монохроматизации и времени жизни NEM для «популярных» монокристаллов (рефлекс (111), $L = 100$ мкм)

	λ, Å	E, 10^{-3} эВ	$\Delta E/E$, 10^{-7}	ΔE, 10^{-9} эВ	τ, 10^{-7} с
Алмаз	4.11	4.1	2.2	0.9	7.2
Si	6.27	1.8	7.8	1.4	15.5
Ge	6.53	1.7	8.7	1.5	2.3
LiH	4.72	3.2	3.3	1.0	2.5
Be	1.92	19.5	0.22	0.42	0.76

ронов зависит от толщины слоя, а энергия монохроматизации определяется межплоскостным расстоянием d_{hkl}.

Специальный интерес в проблеме монохроматизации нейтронов представляет возбуждения NEM в совершенных монокристаллах. Например, как показывают оценки в случае монокристалла алмаза толщиной 100 мкм на рефлексе (111), первая NEM реализуется для энергии нейтронов $4.11 \cdot 10^{-3}$ эВ с монохроматизацией $\Delta E/E = 2.2 \cdot 10^{-7}$. Оценки параметров монохроматизации нейтронов на NEM для некоторых «популярных» монокристаллов приведены в таблице (со значениями нейтронной длины рассеяния взятой из работы [14]).

Как показывают данные таблицы и известная информация о совершенстве упомянутых монокристаллов, наиболее подходящими для локализации и монохроматизации нейтронов могут считаться совершенные монокристаллы алмаза, Si и Ge. В нейтронных дифракционных экспериментах локализация нейтронов и, следовательно, их монохроматизация могут детектироваться с помощью временной техники измерений [3].

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выполненное выше изучение явления локализации нейтронов использовало простейшую модель периодической структуры, а именно, среды с гармонической модуляцией ее параметров. Тем не менее основные результаты, полученные в рамках этой модели, относятся также к более сложным конденсированным периодическим средам, в частности, к естественным кристаллам, как было продемонстрировано в предыдущем разделе. Если иметь в виду искусственно выращенные периодические структуры, их свойства периодичности не гармоничны, а подобны свойствам слоистых структур. В этом случае уравнения предыдущих разделов также описывают задачу, если параметр δ заменен на соответствующую амплитуду фурье-разложения эффективного нейтронного потенциала рассматриваемой среды. Выше было рассмотрено спин-независимое взаимодействие нейтронов со средой. В случае спин-зависящего взаимодействия нейтронов (магнитно-упорядоченные кристаллы и структуры, решетки магнитных вихрей в сверхпроводниках [13] и т. д.) уравнения, подобные рассмотренным, описывают локализацию нейтронов для определенного собственного спинового состояния [10] соответствующей среды. Это означает, что для таких сред локализация нейтронов оказывается спин-зависящей и наибольший эффект локализации должен соответствовать определенному спиновому состоянию нейтрона.

Выполненные выше оценки возможности достигнуть локализации нейтронов со временем жизни, сравнимым со временем жизни свободного нейтрона, показывают, что кроме необходимости наличия кристалла с очень малым поглощением нейтронов решение этой проблемы оказывается связанным со многими экспериментальными трудностями и, очевидно, предполагает наличие совершенной длиннопериодной (по сравнению с обычными кристаллами) естественной или искусственной структуры. Можно надеяться, что ограничения на время локализации нейтронов, накладываемые поглощением в слое, могут быть смягчены в условиях проявления эффекта Бормана [10]. Однако, если задаваться более скромной задачей, а именно, просто наблюдать NEM, то совершенные монокристаллы, пригодные для этой цели, существуют. Например, монокристалл толщиной 0.1 см может обеспечить время жизни NEM, которое в 10^4 раз больше, чем время пролета теплового нейтрона через этот монокристалл. То же относится и к обсуждавшейся выше проблеме высокой монохроматизации нейтронов, в которой могут быть использованы более тонкие кристаллы высокого совершенства. Как уже говорилось, детектирование возбуждения NEM может быть выполнено без использования временной техники измерений, а с помощью детектирования продуктов неупругого взаимодействия нейтронов с веществом слоя, которое оказывается существенно усиленным при возбуждении NEM. Так, например, если поглощение нейтронов обусловлено реакцией (n, γ), испускание γ-квантов слоем будет существенно усилено как раз для энергии падающего нейтрона, обеспечивающей возбуждения в слое NEM.

Здесь не обсуждались экспериментальные аспекты получения достаточно интенсивных пучков холодных нейтронов требуемой энергии, однако экспериментальные достижения в изучении ультрахолодных нейтронов [1], в локализации нейтронов в поле земного тяготения [2] и в моде шепчущей галереи [3] дают надежду на то, что локализация нейтронов в периодической конденсированной среде также теперь доступна для экспериментального наблюдения. Следует также отметить, что подобная NEM-локализация нейтронов может быть достигнута с помощью локализованных нейтронных дефектных мод [15].

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты №№ 16-02-00679_а, 16-02-00295_а).

ЛИТЕРАТУРА

1. А. В. Стрелков, УФН **174**, 565 (2004).

2. В. В. Несвижевский, УФН **174**, 569 (2004).

3. V. V. Nesvizhevskii, A. Yu. Voronin et al., Nature Phys. **6**, 114 (2010).

4. V. A. Belyakov and N. Kaputkina, *Proc. of XIV International Workshop «Nanophysics and Nanoelectronics»* (N. Novgorod, 2010), V. 2, p. 327.

5. V. A. Belyakov, *American Conference on Neutron Scattering*, Long Beach, USA, Program, HP2.03 (2016), p. 134.

6. V. A. Belyakov, *First Russian Crystallographic Congress*, Abstract Book (2016), p. 153.

7. G. Bacon, *Neutron Diffraction*, 2^{nd} Edition, Oxford, Clarendon Press (1962).

8. И. И. Гуревич, А. В. Тарасов, *Физика нейтронов низких энергий*, Наука, Москва (1965).

9. V. I. Kopp, Z.-Q. Zhang, and A. Z. Genack, Prog. Quant. Electron. **27**(6), 369 (2003).

10. V. A. Belyakov, *Diffraction Optics of Complex Structured Periodic Media*, Springer Verlag, New York (1992), Ch. 7.

11. V. A. Belyakov and V. E. Dmitrienko, in: *Soviet Scientific Reviews/Section A, Physics Reviews*, ed. by I. M. Khalatnikov, Harwood Academic Publisher (1989), p. 80.

12. В. А. Беляков, А. А. Геворгян, О. С. Еритсен, Н. В. Шипов, ЖТФ **57**, 1418 (1987).

13. D. Cribier, Phys. Lett. **9**, 106 (1964).

14. *Neutron News*, Vol. 3, № 3, 29 (1992).

15. V. A. Belyakov, *Proc. of XVI International Workshop «Nanophysics and Nanoelectronics»*, N. Novgorod (2012), Vol. 2, p. 542.